BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1 **Tujuan Pembelajaran Matematika**

Setiap materi pelajaran mempunyai tujuan untuk diajarkannya, dan secara umum tujuan pembelajaran matematika adalah: a) melatih cara berfikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, misalnya melalui kegiatan penelitian, eksplorasi, eksperimen, menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsisten dan inkonsistensi; b) mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba; c) mengembangkan kemampuan memecahkan masalah; d) mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, cara grafik, peta, diagram, dalam menjelaskan gagasan (Puskur, 2005).

Tujuan pembelajaran matematika di sekolah berdasarkan *National Council Teachers Mathematics* (2000) adalah a) komunikasi matematis; b) penalaran matematis; c) pemecahan masalah; d) koneksi matematis; dan e) representasi matematis. Secara khusus tujuan pembelajaran matematika pada tingkat sekolah menengah pertama yaitu agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut: a) memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antara konsep atau logaritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah; b) menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melaksanakan menipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyususn bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematis; c) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan mamehami masalah, merancang model matematika, menyelesaian model, dan menafsirkan hasilnya; d) mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lainya untuk memperjelas keadaan atau masalah; e) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah (Depdiknas, 2006).

Kompetensi dasar matematika dirancang sebagai landasan pembelajaran membangun kemampuan tersebut di atas, dan juga untuk mengembangkan kemampuan menggunakan matematika dalam pemecahan masalah dan menyampaikan ide atau gagasan dengan menggunakan simbol, tabel, gambar, atau media lain.

Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika yang meliputi masalah tertutup dengan penyelesaian tunggal, masalah terbuka dengan penyelesaian tidak tunggal, dan masalah dengan berbagai cara penyelesaian. Usaha untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, ada beberapa keterampilan yang perlu dikembangkan yaitu memahami masalah, membangun model matematika, penyelesaian masalah, dan menafsirkan pemecahannya. Tujuan dalam penelitian ini adalah memberikan kebebasan kepada siswa untuk memilih cara penyelesaian masalah, peneliti tertarik untuk mencermati apa yang akan dilakukan siswa dalam keadaan tersebut.

2.2 **Pemecahan Masalah Matematika**

Proses pembelajaran matematika pada dasarnya bukanlah sekedar transfer konsep atau gagasan dari guru kepada siswa, namun merupakan suatu proses di mana guru memberi kesempatan kepada siswa untuk memahami dan mengkontruksi gagasan yang diberikan untuk kemudian digunakan dalam memecahkan berbagai permasalahan yang dihadapi sesuai dengan tingkat perkembangannya. Berpijak pada pandangan tersebut, maka kemampuan pemecahan masalah merupakan salah satu kemampuan yang esensial dan fundamental dalam pembelajaran matematika yang harus dimiliki oleh setiap siswa.

Pentingnya kemampuan pemecahan masalah ini dinyatakan dalam salah satu rekomendasi *National Council Teachers Mathematics* (2000) yaitu bahwa pemecahan masalah harus menjadi fokus pada pembelajaran matematika pada setiap level sekolah. Rekomendasi ini tidak hanya menunjukkan betapa pentingnya pengembagan kemampuan pemecahan masalah siswa, tetapi juga mengimplikasikan bahwa pemecahan masalah harus menjadi bagian integral pada kurikulum matematika (Prabawanto, 2009).

Pertumbuhan dan pembelajaran dalam matematika dapat ditingkatkan dalam sebuah suasana penyelidikan, investigasi, analisa situasi matematis, dan pemecahan masalah. Hal ini karena melalui suasana sedemikianlah siswa secara aktif terlibat dalam pengkonstruksian ide-ide. Pendekatan pemecahan masalah dapat diterapkan pada sebagian besar bahasan di bidang matematika dan berkontribusi pada pembelajaran yang lebih efektif. Hal inilah yang menyebabkan belajar matematika atau menciptakan ide matematika yang baru merupakan pemecahan masalah

Aspek dari matematika sebagai pemecahan masalah adalah suasana untuk belajar matematika dan proses dalam memecahkan masalah. Pandangan konstruktivis tentang pembelajaran suatu suasana pemecahan masalah. Pemecahan masalah merupakan aktivitas yang tidak pernah bersifat pasif, siswa yang terlibat aktif dalam menemukan solusi dari suatu tugas yang menarik di area manapun dari matematika sudah terlibat dalam pemikiran yang reflektif. Kesempatan adanya hubungan baru yang terbentuk dan berintegrasi dengan ide-ide atau konsep-konsep yang sudah ada dapat dimaksimalkan (Walle, 1990). Ciri-ciri dari suasana pemecahan masalah yaitu (1) tujuan atau tugas untuk di eksplorasi; (2) semangat untuk menyelidiki; (3) sering menggunakan model; (4) dorongan untuk validasi mandiri; (5) ekspresi verbal dan kerja kelompok.

2.3 **Strategi Pemecahan Masalah**

Strategi menurut Gulo (2003) diartikan sebagai rencana kegiatan untuk mencapai sesuatu. Pada dasarnya strategi adalah penentuan cara yang harus dilakukan agar memungkinkan memperoleh hasil yang optimal, efektif, dan dalam jangka waktu relatif singkat serta tepat menuju tercapainya tujuan yang telah ditetapkan (Hasibuan, 2001). Pendapat tersebut dapat disimpulkan strategi adalah suatu cara yang dapat digunakan oleh siswa untuk mencapai sesuatu agar memperoleh hasil yang efisien.

Semua pemecahan masalah melibatkan beberapa informasi seperti permasalahan yang ada, mempunyai karakteristik dan tipe yang dikenal, hal ini sebagai upaya untuk memudahkan dalam merancang dan menentukan strategi, pendekatan dan motode yang sesuai untuk menentukan pemecahannya. Banyak model yang digunakan untuk memecahkan masalah salah satu model tersebut adalah model Lester. Lester dalam (In’am, 2015) telah memperkenalkan enam tahap untuk menyelesaikan maslah yang disebut Model Lester yang dipaparkan sebagai berikut; a) menyadari mengenai permasalahan; b) memahami permasalahan; c) menganalisis tujuan; d) merencanakan strategi; e) melaksanakan strategi dan f) mengevaluasi hasil yang diperoleh, keenam aspek dapat dipaparkan sebagai berikut:

Menyadari mengenai permasalahan, kesadaran adalah aspek utama dan pertama sebelum melakukan suatu aktivitas. Berdasarkan kesadaran yang dimilikinya, aktivitas yang dilakukan pasti akan sesuai dengan tahapan yang telah dirancang. Demikian juga dalam aktivitas untuk menyelesaikan permasalahan, hendaknya penyelesaian masalah menyadari hal yang berkaitan dengan bentuk dan tipe permasalahan yang akan diselesaikan. Penyedaran ini sangat diperlukan sebagai langkah awal untuk memehami permasalahan yang dihadapinya.

Memahami permasalahan, kesadaran mengenai bentuk dan tipe masalah yang digadapi dan dimilikinya, mengantarkan pada langkah selanjutnya yaitu memahami permasalahan yang dihadapinya dengan baik melalui kedasaran yang telah dibangun. Pemahaman permasalahan yang dihadapi merupakan langkah penting sebelum menganalisis tujuan yang hendak dicapai dalam menyelesaikan masalah.

Menganalisis tujuan, tujuan merupakan aspek utama dan pertama dalam melaksanakan aktivitas, tujuan akan mengarahkan pelaksanaan mencapai hasil sesuai dengan tujuan yang dirancang. Setelah memahami permasalahan yang hendak diselesaikan, langkah selanjutnya adalah menganalisis tujuan yang hendak dicapai dalam menyelesaikan permasalahan. Melalui analisis tujuan dalam tahap ini, dapat ditentukan strategi, pendekatan dan metode yang sesuai untuk diimplementasikan dalam menyelesaikan masalah.

Merencanakan strategi, srategi dalam menyelesaikan masalah merupakan faktor yang dominan dalam melaksanakan penyelesaian masalah. Setelah mengetahui tujuan yang dirancang, langkah selanjutnya adalah menentukan strategi yang sesuai untuk mencapai hasil yang diharapkan. Pemilihan strategi yang tepat memungkinkan langkah-angkah penyelesaian dapat dilakukan secara efektif. Perencanaan strategi hendaknya memeperhatikan penyadaran dan pemehaman terhadap permasalahan serta tujuan yang hendak dicapainya.

Melaksanakan strategi, sebaik apapun strategi yang dipilih tidaklah berarti tanpa diimplementasikan, untuk itu setelah pemilihan strategi yang sesuai dalam merancang penyelesaian masalah, langkah selanjutnya adalah mengimplementasikan strategi yang sesuai secara bertahap sesuai dengan rancangan yang telah disusun.

Mengevaluasi hasil yang diperoleh, penyelesaian yang telah diperoleh berdasarkan tahapan yang telah disusun, belum dapat dikatakan bahwa hasil tersebut adalah benar-benar sesuai dengan tujuan dan kebenaran penyelesaian. Langkah yang seharusnya dilakukan untuk memastikan bahwa penyelesaian tersebut benar-benar sesuai adalah dengan mengevaluasi kembali jawaban yang diperolehnya. Langkah ini dilakukan untuk memastikan bahwa jawaban tersebut benar-benar sesuai dengan permasalahanya. Strategi pemecahan masalah yang dimaksud dalam penelitian ini adalah cara yang digunakan dalam menyelesaikan soal. Cara penyelesaian ada empat yaitu 1) eliminasi; 2) substitusi; 3) grafik; dan 4) campuran.

2.4 **Kompetensi Dasar Matematika Kelas VII**

Kompetensi dasar yang termuat di dalam pembelajaran matematika di SMP Muhammadiyah 8 Batu kelas VII yaitu: 2.1 menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel, 2.2 membuat matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linier dua variabel, 2.3 menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linier dua variabel dan penafsirannya.

2.5 **Sistem Persamaan Linier Dua Variabel**

Menurut Anton Howard & Chris Rorres (1991) sistem persamaan linier didefinisikan sebagai berikut: himpunan terbatas dari persamaan linier pada variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ disebut sistem persamaan linier atau sistem linier. Barisan dari bilangan $s_1, s_2, \dots, s_n$ disebut solusi dari sistem persamaan linier jika

$x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots, x_n = s_n$.

Auvil (1979) berpendapat mengenai definisi sistem persamaan linear melalui sebuah contoh, yaitu sebagai berikut: jumlah dua bilangan adalah 5 dan selisih dua bilangan adalah 3 maka diperoleh dua persamaan linear dengan memisalkan dua bilangan tersebut dalam bentuk variabel x dan y. Jika bilangan yang lebih besar adalah x , sedangkan bilangan yang lebih kecil

adalah y, maka dapat diperoleh dua persamaan linear sebagai berikut.

$$x + y = 5$$

$$x - y = 3$$

kedua persamaan linear tersebut merupakan sistem persamaan linear. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel tersebut adalah pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

Dari kajian teori di atas sistem persamaan linier merupakan himpunan berhingga dari persamaan linier dalam variabel $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Apabila terdapat dua persamaan linier dengan dua variabel x dan y; a_1, b_1, a_2, b_2 adalah koefisien; c_1 dan c_2 adalah konstanta, maka dapat dituliskan dalam bentuk sistem persamaan linier seperti berikut

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel tersebut adalah pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

2.6 **Cara Pemecahan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel**

1. Metode Eliminasi

Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel menggunakan metode eliminasi dilakukan dengan cara menghilangkan salah satu variabel dari sistem persamaan tersebut. Sehingga, koefisien salah satu variabel yang akan dihilangkan haruslah sama atau dibuat sama.

Misalkan akan diselesaikan sistem persamaan berikut:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Dalam penggunaan metode eliminasi salah satu dari dua variabel akan dieliminasi atau dihilangkan, dan akan diperoleh persamaan dengan satu variabel yang dapat diselesaikan dengan terknik sebelumnya.

Eliminasi variabel x

$$\begin{array}{l|l} a_1x + b_1y = c_1 & \times a_2 \\ \underline{a_2x + b_2y = c_2} & \times a_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} a_1a_2x + a_2b_1y = a_2c_1 \\ \underline{a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2} \; \_\_ \end{array}$$

$$a_2b_1y - a_1b_2y = a_2c_1 - a_1c_2$$
$$\Leftrightarrow \quad y(a_2b_1 - a_1b_2) = a_2c_1 - a_1c_2$$
$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

Tahap Metode Eliminasi dapat dilakukan sebagai barikut:

a) Tuliskan masing-masing persamaan dalam bentuk $ax + by = c$

b) Pilih variabel mana yang akan dihilangkan, jika dibutuhkan kalikan masing-masing persamaan pada sistem dengan konstanta yang sesuai untuk membuat koefisien yang sama pada masing-masing persamaan, kecuali kemungkinan tanda

c) Jumlahkan atau kurangkan, pilih yang sesuai untuk menghilangkan satu variabel dan memperoleh sebuah persamaan tunggal pada variabel yang tersisa

d) Selesaikan persamaan tunggal pada variabel yang tersisa

e) Ulangi langka a sampai dengan d untuk variabel yang lain

f) Penyelesaian masing-masing persamaan tunggal tersebut mempunyai solusi dari sistem persamaan linier yang dimaksud

2. Metode Subtitusi

Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel menggunakan metode subtitusi dilakukan dengan cara menyatakan salah satu variabel dalam benuk variabel yang lain, kemudia niai variabel tersebut menggantikan variabel yang sama dengan persamaan yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa metode subtitusi merupakan cara untuk mengganti satu variabel ke variabel lainnya dengan cara mengubah variabel yang akan dimasukkan menjadi persamaan yang variabelnya berkoefisien satu. Misalkan akan diselesaikan sistem persamaan berikut:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Subtitusi Nilai x

Langkah pertama: menyatakan variabel x dari salah satu persamaan ke dalam variabel y

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$\Leftrightarrow \quad a_1x = c_1 - b_1y$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$$

Langkah kedua: mensubstitusikan nilai x yang diperoleh ke dalam persamaan lain untuk mendapat nilai y

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad a_2\left(\frac{c_1 - b_1y}{a_1}\right) + b_2y = c_2$$

$$\Leftrightarrow a_2(c_1 - b_1y) + a_1b_2y = a_1c_2$$

$$\Leftrightarrow a_2c_1 - a_2b_1y + a_1b_2y = a_1c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad y(-a_2b_1 + a_1b_2) = a_1c_2 - a_2c_1$$

$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{-a_2b_1 + a_1b_2}$$

Langkah ketiga: mensubstitusikan nilai y yang diperoleh ke dalam persamaan awal untuk mendapatkan nilai x

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c_1 - b_1\left(\frac{a_1c_2 - a_2c_1}{-a_2b_1 + a_1b_2}\right)}{a_1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c_1 - \frac{b_1(a_1c_2 - a_2c_1)}{-a_2b_1 + a_1b_2}}{a_1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{c_1(-a_2b_1 + a_1b_2) - b_1(a_1c_2 - a_2c_1)}{-a_2b_1 + a_1b_2}}{a_1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c_1(-a_2b_1 + a_1b_2) - b_1(a_1c_2 - a_2c_1)}{a_1(-a_2b_1 + a_1b_2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(-a_2b_1c_1 + a_1b_2c_1) - (a_1b_1c_2 - a_2b_1c_1)}{a_1(-a_2b_1 + a_1b_2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a_1b_2c_1 - a_1b_1c_2 + a_2b_1c_1 - a_2b_1c_1}{a_1(-a_2b_1 + a_1b_2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a_1(b_2c_1 - b_1c_2)}{a_1(-a_2b_1 + a_1b_2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Jadi, diperoleh himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier dengan metode subtitusi yaitu $\left(\frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{-a_2b_1 + a_1b_2}\right)$

Tahap metode subtitusi dapat dilakukan sebagai berikut:

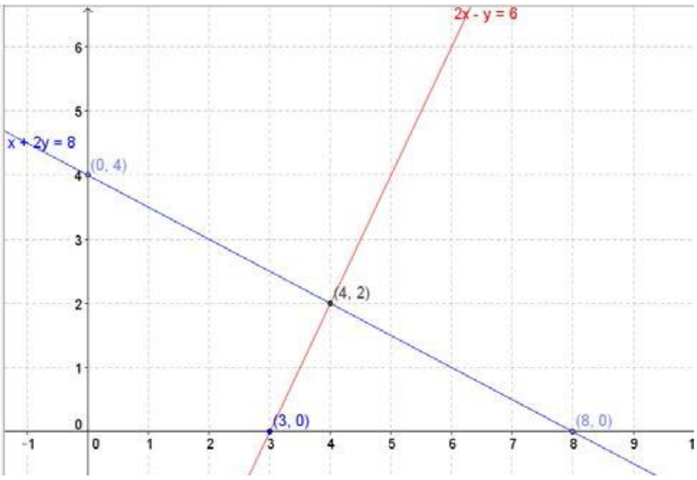
a) Pilih salah satu persamaan pada sistem dan tulis persamaan tersebut untuk mengisolasi salah satu variabel dengan koefisien 1 atau -1
b) Subtitusi hasil yang diperoleh pada persamaan yang diisolasi sebelumnya ke persamaan yang lain. Hal ini akan memberikan persamaan tunggal pada 1 variabel
c) Selesaikan persamaan untuk variabelnya
d) Subtitusikan hasil pada langkah ke c ke persamaan yang ditulis kembali di langkah 1 untuk menentukan nilai variabel ke dua
e) Cek penyelesaiannya dengan mensubtitusikan ke persamaan awal

3. Metode Grafik

Persamaan Linier Dua Variabel secara grafik ditunjukkan oleh sebuh garis lurus, sehingga grafik Sistem Persamaan Linier Dua Variabel ditunjukkan dengan dua garis lurus. Penyelesaian secara grafik ini berupa titik potong kedua garis lurus tersebut, nilai absis (x) dan ordinat (y) merupakan titik potong yang memenuhi kedua persamaan itu. Pada metode grafik terdapat salah satu dari tiga jenis solusi pemecahan Sistem Persamaan Linier Dua Variabel, yaitu: a) Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan satau solusi, b) Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan banyak solusi, c) Sistem Persamaan Linier Dua Variabel tidak mempunyai solusi.

Contoh Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan satu solusi pemecahan, yaitu $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$

Gambar 1 dibawah ini merupakan grafik Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan satu solusi pemecahan, sehingga sistem persamaan linier tersebut mempunyai satu anggota dalam himpunan pemyelesaian.



Grafik 1.Contoh gambar Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan satu solusi

4. Metode Campuran

Metode ini merupakan gabungan dari penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan metode eliminasi dan subtitusi. Di bawah ini merupakan langkah dalam mencari solusi penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan menggunakan metode campuran.

Misalkan akan diselesaikan sistem persamaan berikut

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Eliminasi Variabel x, Subtitusi Nilai y

$$\begin{array}{l|l} a_1x + b_1y = c_1 & \times a_2 \\ \underline{a_2x + b_2y = c_2} & \times a_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} a_1a_2x + a_2b_1y = a_2c_1 \\ \underline{a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2} \; - \end{array}$$

$$\begin{aligned} & a_2b_1y - a_1b_2y = a_2c_1 - a_1c_2 \\ \Leftrightarrow \quad & y(a_2b_1 - a_1b_2) = a_2c_1 - a_1c_2 \\ \Leftrightarrow \quad & y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2} \end{aligned}$$

Sekarang diperoleh solusi untuk nilai y, yang akan disubtitusi ke salah satu persamaan untuk memperoleh nilai x, yaitu

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad a_2x + b_2\left(\frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2}\right) = c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad a_2x(a_2b_1 - a_1b_2) + b_2(a_2c_1 - a_1c_2) = c_2(a_2b_1 - a_1b_2)$$

$$\Leftrightarrow \quad (a_2)^2b_1x - a_1a_2b_2x + a_2b_2c_1 - a_1b_2c_2 = a_2b_1c_2 - a_1b_2c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad (a_2)^2b_1x - a_1a_2b_2x = a_2b_1c_2 - a_1b_2c_2 - a_2b_2c_1 + a_1b_2c_2$$

$$\Leftrightarrow \quad [(a_2)^2b_1 - a_1a_2b_2]x = a_2b_1c_2 - a_2b_2c_1$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{a_2b_1c_2 - a_2b_2c_1}{(a_2)^2b_1 - a_1a_2b_2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

Jadi, diperoleh himpunan penyelesaian Sistem Persamaan Linier adalah $\left(\frac{b_1c_2-b_2c_1}{a_2b_1-a_1b_2}, \frac{a_2c_1-a_1c_2}{a_2b_1-a_1b_2}\right)$

Kesimpulan dari beberapa metode penyelesaian Sistem Persamaan Linier yang sudah dijelaskan diatas bentuk dasar Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Akan memiliki satu solusi pemecahan jika mempunyai penyelesaian bernilai $\left(\frac{b_2c_1-b_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1}, \frac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}\right)$; mempunyai banyak solusi pemecahan jika bernilai $(0,0)$ dan tidak memiliki solusi pemecahan jika himpunan penyelesaian tidak terdefinisi.